

## Индивидуальное задание на графы

Все задачи взяты из книги В. Н. Касьянова «Курс программирования на Паскале в задачах и упражнениях» (Новосибирск, НГУ, 2001).

### Общие требования по реализации программ

Ограничение на количество вершин графа:  $N \leq 100$ . Входные данные читаются из файла `input.txt`, граф в файле задаётся в виде списка рёбер, причём одна строка задаёт одно ребро:

- по 2 числа в строке: начальная вершина, конечная вершина — для невзвешенного графа;
- по 3 числа в строке: начальная вершина, конечная вершина, вес ребра — для взвешенного графа.

Это не означает, что вы и в программе должны работать со списками. Если вам удобно, сразу при чтении файла заполняйте матрицу смежности  $N \times N$  и работайте с ней. Главное, чтобы при тестировании программы во входной файл не нужно было вводить никаких матриц: задавать граф списком рёбер человеку намного удобнее, чем матрицей смежности.

### Задачи

1. Ахметова Лэйсан

*Правильной раскраской вершин графа  $G = (V, E)$  в  $k$  цветов называется такое отображение  $c : V \rightarrow \{1 \dots k\}$ , что*

$$c(i) \neq c(j) \text{ для любого ребра } \{i, j\} \in E.$$

Число  $c(i)$  называется *цветом* вершины  $i$ . Выясните, можно ли раскрасить данный неориентированный граф в 2 цвета, и выведите эту раскраску, если можно.

2. Багаманшин Ильдар

Найдите все вершины данного неориентированного графа, недостижимые из первой вершины.

3. Блинов Александр

Даны неориентированный взвешенный граф и натуральное число  $k$ . Найдите все вершины графа, расстояние от которых до первой вершины графа равно  $k$ .

4. Мухина Алина

Для данного связного неориентированного взвешенного графа  $G = (V, E)$  найдите *диаметр графа*:

$$D(G) = \max_{\{i,j\} \in E} L(i, j),$$

где  $L(i, j)$  — длина кратчайшего пути между вершинами  $i$  и  $j$ .

5. Полешкин Сергей

В данном связном неориентированном взвешенном графе найдите длины кратчайших путей между всеми парами вершин.

6. Потёмкин Василий

Проверьте, содержит ли данный связный неориентированный граф хотя бы одну *точку сочленения*, т.е. вершину, при удалении которой из графа в графе увеличивается количество компонент связности.

7. Рассохина Анастасия

Даны связный неориентированный взвешенный граф и натуральное число  $k$ . Выясните, есть ли в данном графе вершина, расстояние от которой до каждой вершины не превышает  $k$ .

8. Родионов Владимир

Дан связный неориентированный взвешенный граф. Найдите вершину графа, сумма длин кратчайших путей от которой до всех остальных вершин графа минимальна.

9. Семёнов Александр

Дан связный неориентированный взвешенный граф. Найдите кратчайшие пути от первой вершины до всех остальных вершин графа.

10. Соколова Ольга

Подсчитайте количество компонент связности в данном неориентированном графе.

11. Фертякова Алёна

Дан связный неориентированный граф. Определите, содержит ли он хотя бы один *мост*, т.е. ребро, при удалении которого в графе увеличивается количество компонент связности.